2. Výstup, reálná čísla

BI-EP1
Efektivní programování 1

ZS 2024/2025

Ing. Martin Kačer, Ph.D.

Katedra teoretické informatiky
Fakulta informačních technologií
České vysoké učení technické v Praze

Formátování výstupu

Desetinná čísla

- Daný počet desetinných míst
- Zaokrouhlování (dle požadavků)
  - 3.1415926535
  - 3.14
  - 3.142
  - 42
  - 42.000

Reálná čísla – C

- printf

`printf("%f", pi);`	`3.141593`
`printf("%.2f", pi);`	`3.14`
`printf("%0.3f", pi);`	`3.142`
`printf("%.3f", 0.25);`	`0.250`
`printf("%8.3f", 0.25);`	`  0.250`
`printf("%08.3f", 0.25);`	`0000.250`

Reálná čísla – C++

- cout
  - Manipulátor

```
cout << setprecision(N) << num;
```

`<< std::setprecision(6)`	`3.141593`
`<< std::setprecision(2)`	`3.14`
`<< std::setprecision(3)`	`3.142`
`<< std::setw(8)`	`   0.250`
`<< setw(8) << setfill('0');`	`0000.250`

Reálná čísla – Java

- **java.text.***
- MessageFormat, NumberFormat, DecimalFormat

`out.println(new DecimalFormat("0").format(pi));`	
`println(pi);`	`3.141592653589793`
`DecimalFormat(“0”);`	`3`
`DecimalFormat(“0.000”);`	`3.142`
`DecimalFormat(“000.000”);`	`003.142`
`DecimalFormat(“###.###”);`	`3.142`
`DecimalFormat(“0.000”);`	`42.250`
`DecimalFormat(“#.###”);`	`42.25`

Výstupní věta s čísly

- Doplnění hodnot do výstupní věty

C / C++

```
printf("Strazny ujde %d kroku.\n", cnt);

printf("Prumer kruhu je %.3f cm.\n", diam);
```

```
System.out.println("Strazny ujde "
      + cnt + " kroku.");

System.out.println("Prumer kruhu je "
      + NUMFORMAT.format(diam) + " cm.");
```

Složitější formátování

- Požadavky na přesné rozmístění
  - mezery, ASCII-art apod.

```
   $
  $$$$$          ############
 $$ $ $$         #    B     #
 $$ $            #   ###   #   #      2     2     2
  $$$$$          #   #X    #--#     c  = a  + b
   $ $$          #   ######   #
 $$ $ $$         # A    #   00#
  $$$$$          ############
   $
```

Složitější formátování

- **Požadavky na přesné rozmístění**
  - **Většinou se vyplatí zapisovat do pole**

C / C++

```
char map[20][61];
for (r = 0; r < 20; ++r) {
      for (c = 0; c < 60; ++c)
            map[r][c] = ' ';
      map[r][60] = '\0';
}
while(...)
      map[i][j] = '-';
      map[i+1][j] = '|';
```

Složitější formátování

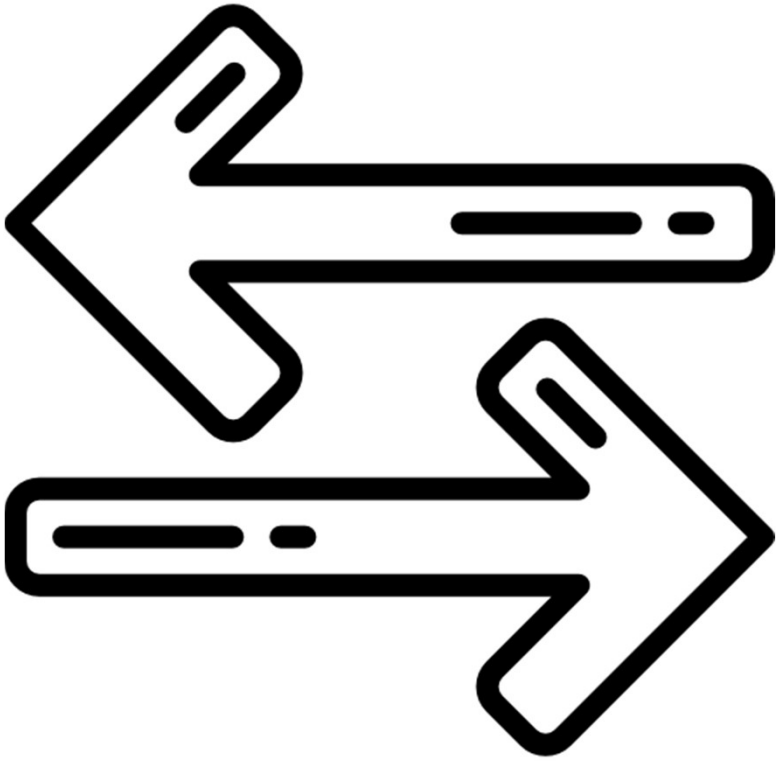
- **Požadavky na přesné rozmístění**
  - **Pole pak vypíšeme celé najednou**

C / C++

```
char map[20][60];
. . .
for (r = 0; r < 20; ++r)
     printf("%s\n", map[r]);
```

```
char ch[][] = new char[20][30];
. . .
for (int i = 0; i < 20; ++i)
      System.out.println(ch[i]);
```

Interaktivní úlohy



Interaktivní úloha

- Nepoužívá soubor
- Komunikuje s programem
- Střídání vstupu a výstupu

Interaktivní úloha – příklad

Hádání čísel

- Úkolem je uhodnout číslo 1-1000000
- Program vypíše na výstup číslo
- Na vstupu se objeví informace, zda je větší nebo menší
- Maximálně 25 pokusů

Interaktivní úloha – řešení

Hádání čísel

- **Řešení:**
  Samozřejmě binární půlení

- **Nebojte se implementace…**

Interaktivní úlohy – specifika

- Existence bufferů
- Výstup
  - Po každém výstupu volat flush
  - Knihovny často dělají automaticky, ale bezpečnější je na to nespoléhat

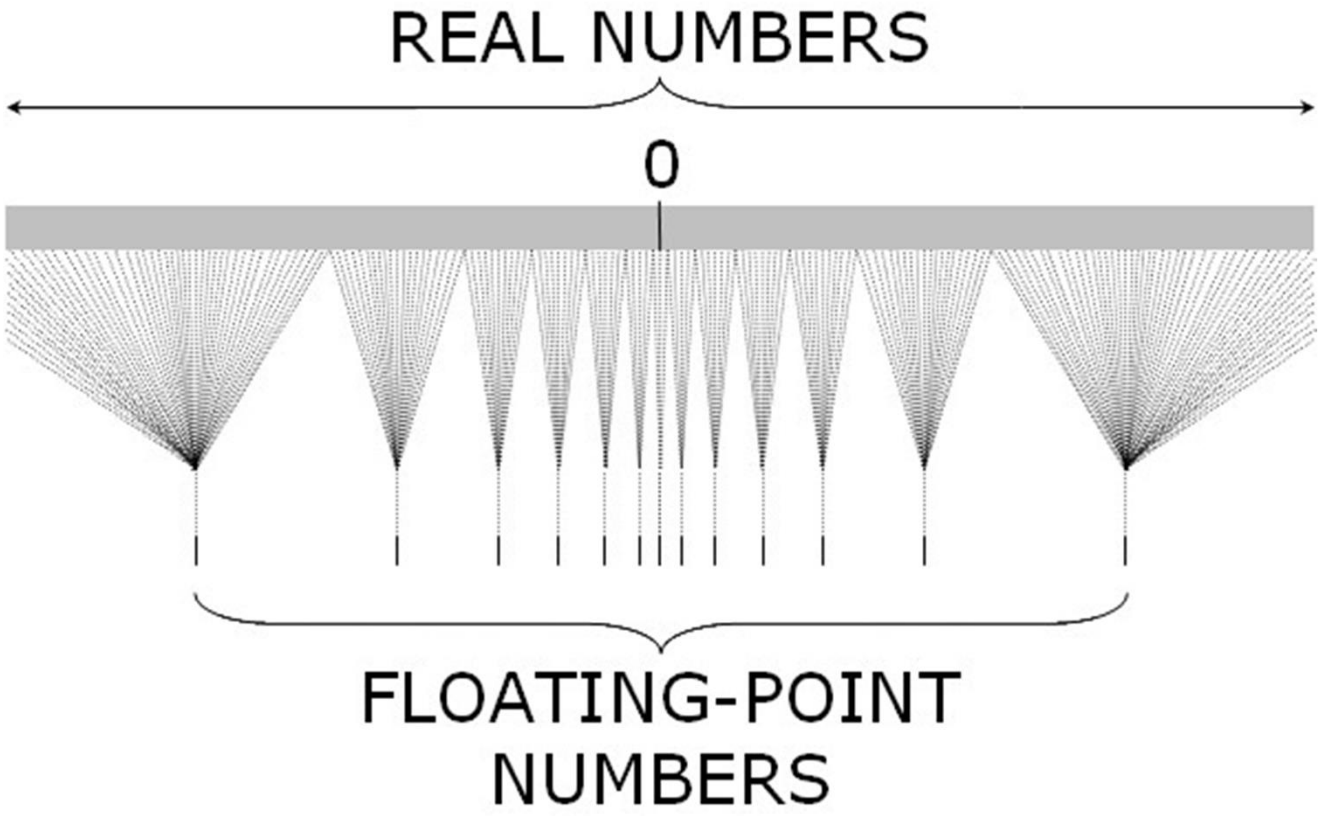
Interaktivní úlohy – specifika

- Vstup – vzniká postupně
  - Nečíst (ani nezkoušet) víc, než existuje
- OK:
  - cin >> str
  - scanf("%d", &n)
  - BufferedReader.readLine()
- Špatně:
  - scanf("%d\n", &n)
  - scanf("%d ", &n)

Interaktivní úloha – řešení

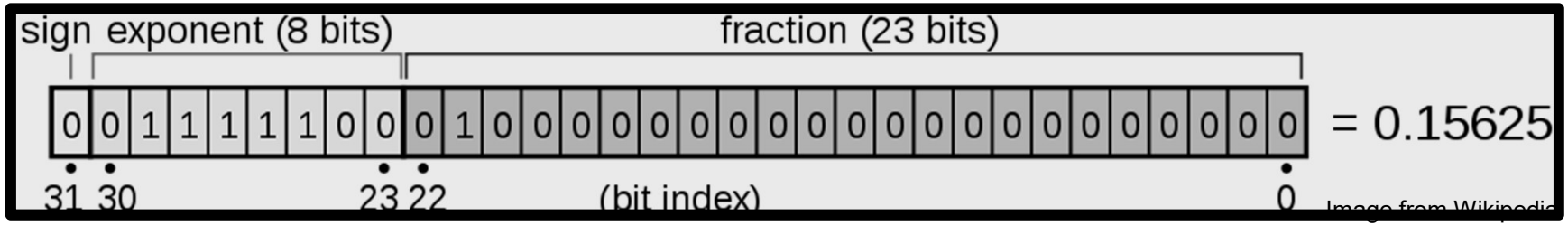
```
int l = 1, r = 1000000;
while (l != r) {
    int mid = (l + r + 1) / 2;
    printf("%d\n", mid);
    fflush(stdout);

    char response[3];
    scanf("%s", response);
    if (strcmp(response, "<") == 0)
        r = mid - 1;
    else
        l = mid;
}
printf("! %d\n", l);
fflush(stdout);
```

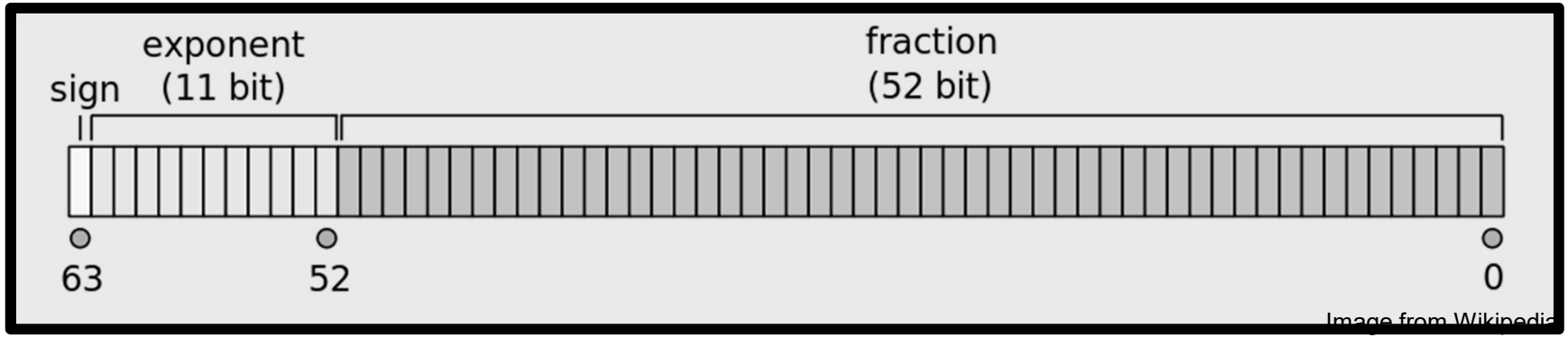
Reálná aritmetika



Reálná čísla

- **Reprezentace: mantisa + exponent**





  - **Umožňuje velký rozsah**
  - **Rozlišuje jen určitý počet „platných číslic“**

Reálná čísla

- **Reprezentace: mantisa + exponent**

- **Důsledky:**
- **3141592653589790000000000000000000000 – OK**
- **0,00000000000000000000003141592653589 79 – OK**
- **… ale při součtu se přesnost ztratí!**

Reálná čísla – nepřesnosti

- Čísla jsou nepřesná sama o sobě
  - Ne každé reálné číslo jde uložit
  - Jen racionální a ještě ne všechna
  - … včetně těch s konečným des. rozvojem

  - 0,125 desítkově → 0,001 binárně
  - 0,2 desítkově → 0,001100110011… binárně

Nepřesnosti – kdy vadí?

- Při výpisu se zaokrouhlí => nevadí
- Kdy nám nepřesnosti budou vadit??
- Při operacích se chyby „nabalují“
  - Záleží na okolnostech (příklad s odrazy)
  - Nutno na to pamatovat
- Ale to není vše … kdy to ještě vadí?

Nepřesnosti – kdy vadí?

- „I malá nepřesnost může způsobit velké následky …“
  - Kdy?
- Rychle rostoucí funkce (zejm. do ∞)
  - Tangens, 1/x
- Nespojité funkce
  - Porovnání

Porovnávání reálných čísel

- **Co vypíše následující kód?**

```
double x;
for (x = 0.0; x != 1.0; x += 0.1) {
     printf("%f\n", x);
}
```

```
double x;
for (x = 0.0; x < 1.0; x += 0.02) {
     printf("%f\n", x);
}
```

Porovnávání reálných čísel

- **PAMATUJTE: Desetinná čísla jsou nepřesná!!!**

```
double x;
for (x = 0.0;
   x < 1.0;
   x += 0.1) {
       printf("%f\n", x);
}
```

```
0.000000
0.100000
0.200000
0.300000
0.400000
0.500000
0.600000
0.700000
0.800000
0.900000
1.000000
```

Porovnávání reálných čísel

- **PAMATUJTE: Desetinná čísla jsou nepřesná!!!**

```
double x;
for (x = 0.0;
   x <= 1.0;
   x += 0.02) {
      printf("%f\n", x);
}
```

```
. . .
0.860000
0.880000
0.900000
0.920000
0.940000
0.960000
0.980000
```

Reálná čísla – příklad

- Zjistěte, zda je bod [X,Y] uvnitř kruhu o poloměru R

```
if (sqrt(x*x + y*y) <= r)
```

- Odmocnina je zbytečně pomalá a nepřesná

```
if (x*x + y*y <= r*r)
```

- Lepší
- Funguje i pro celá čísla
- … ale vlastně JEN pro celá čísla

Reálná čísla – příklad

```
if (x*x + y*y <= r*r)
```

- Nevhodné kvůli nepřesnostem reálných čísel
  - Bod ležící na kružnici testem projít může a nemusí

```
static final EPS = 1E-8;

if (x*x + y*y < r*r + EPS)
      /* včetně kružnice */

if (x*x + y*y < r*r - EPS)
      /* vyjma kružnice */
```

„Magické epsilon“

- **Vždy** používejte pro porovnávání!
  - Pokud existuje rozdíl mezi < a <=
  - Na úplnou rovnost

```
if ( abs(a-b) < EPS )
```

- Jak epsilon vybrat?
  - Dostatečně velké, aby pomohlo
  - Dostatečně malé, aby nevadilo
  - → o několik řádů menší než hodnoty

Epsilon

- Co když neznáme rozsah hodnot?
  - Relativní epsilon

```
if (Math.abs((a-b)/b) < EPS) . . .
```

- Co je na tomhle špatně?
  - Problém blízko nuly
    - b nebo obě (a<0 && b>0 => false)
  - Není symetrické!

Epsilon

- Situace se nám komplikuje…
  - http://floating-point-gui.de/errors/comparison/

```
float absA = Math.abs(a);
float absB = Math.abs(b);
float diff = Math.abs(a - b);
if (a == b) { // shortcut, handles infinities
      return true;
} else if (a * b == 0) {
      // a or b or both are zero
      // relative error is not meaningful here
      return diff < (epsilon * epsilon);
} else {
      // use relative error
      return diff / (absA + absB) < epsilon;
}
```

Porovnávání reálných čísel

- *„Úkrok stranou“*
- Norma IEEE 754 má další pozitivum:
  - „Po sobě následující“ (co to znamená??) reálná čísla jsou bitově reprezentována stejně jako po sobě jdoucí celá čísla

C / C++

```
if (*(int*)&f1 < *(int*)&f2) . . .

if (f1 < f2) . . .
```

Porovnávání reálných čísel

- => Lze porovnat jako int
  - Rovnost <=> neleží mezi více než X jiných
- Ale pozor!
  - speciální případy (NaN, největší číslo)
  - přesnou délku (float – int, double – long)

C++

```
bool almostEquals(float A, float B) {
      if (A == B) return true;
      int intDiff = abs(*(int*)&A - *(int*)&B);
      return (intDiff <= MAX_ERROR);
}
```

Porovnávání čísel – důsledky

- To se nám to zkomplikovalo, že?

Praktické důsledky:

- Double místo Float
- Pokud záleží na rovnosti, musí být EPS
  - Známe-li rozsahy čísel, může být pevné
    - Naštěstí pro nás, v těchto úlohách většinou rozsahy známe…
  - Neznáme-li rozsahy, je to složitější

Speciální hodnoty

- **Interpretace:**
  - **Exponent: +127 („offsetový kód“)**
    - **00 i FF je speciální (tj. použito -126 až +127)**
  - **Mantisa: implicitní 1 na začátku**

Speciální hodnoty

- +0 / -0 (EXP=x00, M=0)
  - Tisk
  - Některé operace (1/x)
- subnormal (EXP=x00, M≠0)
  - není implicitní 1
  - malá čísla blízká nule
  - => postupná ztráta přesnosti

Speciální hodnoty

- +∞ / -∞ (EXP=0xFF, M=0)
  - Lze s nimi počítat
- NaN (EXP=0xFF, M≠0)
  - Nedefinováno / chyba atp.
  - „tichý“ x „signalizační“

Když to potřebujeme přesně

- Pevná desetinná čárka
  - Např. peněžní částky (haléře místo korun)
    - Pozor na rozsah!
- Čísla s vysokou přesností (Java: BigDecimal)
  - Ukládány číslice (desítkové)
  - Počítá se s nimi „jako ve škole“
  - Rychlost, obzvlášť u dlouhých
  - Chyba při nekonečném rozvoji (!)
- Racionální čísla
- Decimal floating point

Racionální čísla

- Reprezentace: čitatel + jmenovatel
- Operace
  - Násobení a dělení – relativně snadné
  - Porovnávání – víceméně také
    - Pozor na rozsah
  - Sčítání a odčítání – společný jmenovatel
    - Jak?

Největší společný dělitel

- Eukleidův algoritmus
- gcd(U, V)
  - V=0 => return U
  - gcd(V, U mod V)
- Složitost O(log v)

Decimal Floating Point

- IEEE 754-2008

- Mantisa v desítkové soustavě
- Úsporné mapování na bity

- Pozor, tady už neplatí, že
  větší číslo = větší reprezentace

Decimal Floating Point

- **Různé velikosti**

IEEE 852	Decimal32	Decimal64	Decimal128
Bity mantisa	23,25	53,15	112,95
Bity exponent	7,58	9,58	13,58
Max mantisa	$10^7 - 1$	$10^{16} - 1$	$10^{34} - 1$
Min exponent	-95	-383	-6143
Max exponent	+96	+384	+6144

- **Kombinování bitů**

Decimal Floating Point

- **Kombinování bitů** **(from wikipedia.org)**

Sign	Combination	Exponent continuation	Coefficient continuation
1 bit	5 bits	6 bits	20 bits
s	mmmmm	xxxxxx	cccccccccccccccccccc

Kombinationsfeld					MSBs des		Kod. Wert	Beschreibung
m4	m3	m2	m1	m0	Exp.	Signifikant		
0	**0**	**a**	**b**	**c**	**00**	0**abc**	(0-7)	Ziffer bis 7
0	**1**	**a**	**b**	**c**	**01**	0**abc**		
1	**0**	**a**	**b**	**c**	**10**	0**abc**		
1	1	**0**	**0**	**c**	**00**	100**c**	(8-9)	Ziffer größer 7
1	1	**0**	**1**	**c**	**01**	100**c**		
1	1	**1**	**0**	**c**	**10**	100**c**		
1	1	1	1	0				±Infinity
1	1	1	1	1				NaN

To je pro dnešek vše

Úlohy pro další týden:

- Jednoduché
- Už bodované

- Reálná čísla
- Formátování výstupu
- Interaktivní úloha
- Další (jak efektivně naprogramovat)